

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS – CÓDIGO 09
UCs de Matemática e Estatística

26. Suponha que f seja uma função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{x^2 e^x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\sqrt{3x+1}}{x^2} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

É **CORRETO** afirmar que

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.
- d) f é contínua em todo o domínio.
- e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

CÁLCULOS

27. Considere f uma função contínua no intervalo $[a, b]$ e derivável no intervalo (a, b) , tal que $f(a) = f(b)$, com $a < b$ e a função $g(x) = x + f(x)$.

Em relação às assertivas:

- I. Existe pelo menos um número real $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.
- II. Existe pelo menos um número real $c \in (a, b)$ tal que $g'(c) = 0$.
- III. Existe pelo menos um número real $c \in (a, b)$ tal que $g'(c) = 1$.

é **CORRETO** afirmar que

- a) Apenas I é verdadeira
- b) I e II são verdadeiras
- c) I e III são verdadeiras
- d) Todas são verdadeiras
- e) II e III são verdadeiras

CÁLCULOS

28. Considere as seguintes afirmações:

- I. O gráfico da função $y = \ln x$ tem concavidade voltada para baixo em todo o domínio.
- II. A função f definida por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = e^x$ é bijetora.
- III. $y = e^{\ln x} = x$, para todo x real.

para assinalar a alternativa **CORRETA**

- a) Apenas I é verdadeira
- b) I e II são verdadeiras
- c) Todas são verdadeiras
- d) II e III são verdadeiras
- e) I e III são verdadeiras

29. Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{2x} & , \text{ se } x < 0 \\ \ln(x+1) & , \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$. Denotando as derivadas

laterais à direita e à esquerda de x por $f'_+(x)$ e $f'_-(x)$, respectivamente, é **CORRETO** afirmar que

- a) $f'_+(0) = 0$
- b) $f'_-(0) = 0$
- c) $f'_-(0)$ não existe
- d) f é diferenciável em $x = 0$
- e) f não é contínua em $x = 0$

CÁLCULOS

30. Resolvendo a integral $\int_2^4 \frac{1}{x(x-2)} dx$, encontramos

- a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $-\infty$ e) ∞

31. Supondo que a equação $2x^2 - e^y + \ln(2x) = xy$ defina, implicitamente, uma função diferenciável f tal que $y = f(x)$, o valor de y' para $x = 1$ e $y = 0$ é

- a) 0 b) 1 c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{3}{2}$ e) 4

CÁLCULOS

32. Em relação ao gráfico da função $f(x) = x^4 - x^2$, é verdade que

a) no intervalo $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ f é crescente.

b) $-\frac{1}{4}$ é mínimo global.

c) $f(0)$ é mínimo local.

d) no intervalo $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \infty\right)$ f é decrescente.

e) f não possui mínimo global.

33. O valor da integral $\int_0^{\ln 2} \frac{3e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$ é

- a) π b) $\frac{\pi}{4}$ c) 0 d) $\frac{\pi}{2}$ e) $\frac{1}{2}$

CÁLCULOS

34. A área da região delimitada pelo gráfico de $y = \arctg(x)$ e o eixo- x , no intervalo $[0,1]$, é

- a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$ c) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ d) 1 e) $\frac{\pi}{4} + \ln \sqrt{2}$

35. A região delimitada pelos gráficos de $y = \operatorname{tg} x$ e $y = 0$, no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, gira em torno do eixo- x , formando um sólido de revolução. O volume deste sólido é

- a) 4π b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi + 4}{4}$ d) $\frac{\pi^2}{4}$ e) $\frac{\pi(4 - \pi)}{4}$

36. A transformada de Laplace de uma função $f(t)$ é definida como $F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$.

Sendo assim, a transformada de Laplace de $f(t) = e^{2t}$, com $s > 2$, é dada por

- a) $\frac{e^{s-2}}{s-2}$ b) $\frac{1}{s}$ c) não existe d) $\frac{1}{2-s}$ e) $\frac{1}{s-2}$

CÁLCULOS

37. Seja $y(t)$ a solução do problema de valor inicial $y' + \frac{1}{t}y = \operatorname{sen} t$, $t > 0$, tal que $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\pi}$.

O valor de $y(\pi)$ é

- a) $\frac{1}{2\pi}$ b) $\frac{2\pi-1}{2\pi}$ c) $\frac{2\pi-1}{\pi}$ d) π e) $\frac{2}{\pi}$

38. Sendo $y(t)$ a solução do problema de valor inicial $y'' - 2y' = e^t$, tal que $y(0) = -\frac{3}{2}$ e $y'(0) = \frac{1}{2}$, seu termo independente de t é o número

- a) $-\frac{5}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) 0 d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$

CÁLCULOS

39. Considerando as assertivas:

- I. A sequência $\left\{ \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n \right\}$ converge para $e^x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- II. Se r é um número real tal que $|r| < 1$, a sequência $\{r^n\}$ converge.
- III. Sejam $f(x)$ uma função definida para todo número real e $\{a_n\}$ uma sequência tal que $a_n = f(n) \forall n \in \mathbb{N}^*$. Se $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$.
- IV. Toda sequência limitada é convergente.

É **CORRETO** afirmar que

- a) apenas IV é falsa
- b) apenas III é falsa
- c) apenas II é falsa
- d) apenas I é falsa
- e) todas são falsas

CÁLCULOS

40. Em relação às séries infinitas, está **INCORRETA** a afirmação:

- a) A série $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ converge para $a \in \mathbb{R}$ e $|r| < 1$.
- b) Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, então, a sequência $\{a_n\}$ converge.
- c) Se a sequência $\{a_n\}$ converge para zero, então, a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- d) Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, então, a série $\sum_{n=1}^{\infty} ka_n$ converge para todo número real k.
- e) Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge, então, a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

CÁLCULOS

41. Considere a base ordenada de \mathbb{R}^3 $\beta = \{(1, 0, 2), (3, 0, 1), (1, 3, 2)\}$. Utilizando-se o produto interno usual ou canônico de \mathbb{R}^3 e o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores da base β , na ordem dada, de modo a obter uma base ordenada de \mathbb{R}^3 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ ortonormal, teremos

- a) $\alpha_3 = (0, 1, 0)$
- b) $\alpha_3 = (1, 0, 0)$
- c) $\alpha_3 = (0, 0, 1)$
- d) $\alpha_3 = (\sqrt{3}/2, 1/2, 0)$
- e) $\alpha_3 = (1, \sqrt{3}/2, 1/2)$

42. A distância entre as retas de equações paramétricas $r_1 = \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e

$$r_2 = \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 3 + s \\ z = s \end{cases}, s \in \mathbb{R} \text{ é igual a:}$$

- a) 10
- b) $\frac{16}{\sqrt{14}}$
- c) $\frac{10}{\sqrt{14}}$
- d) 5
- e) $11\sqrt{14}$

CÁLCULOS

43. Em relação à função $f(x, y) = x \operatorname{tg}(y)$, no domínio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / -1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4} \right\}, \text{ temos que } f(x, y)$$

- a) não atinge extremos globais em D
- b) atinge extremos globais em exatamente quatro pontos de D
- c) atinge máximo global em apenas um ponto de D
- d) atinge mínimo global em apenas um ponto de D
- e) não atinge máximo global

44. Sejam $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 0, 1), (1, 1, 1)\}$ e $\beta = \{(1, 0), (0, 2)\}$ bases ordenadas de \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^2 , respectivamente. Se $T(x, y, z) = (5x - y, 2z - x)$ é uma transformação linear de \mathbb{R}^3 em \mathbb{R}^2 , a matriz de T , em relação às bases α e β , é

a) $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}$

d) $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

e) $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

CÁLCULOS

45. O valor absoluto do produto das coordenadas dos pontos da superfície de equação $-x^2 + y^2 + z^2 = 1$, cujos planos tangentes são paralelos ao plano tangente à superfície de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, no ponto $(1, 2, 2)$, é igual a

- a) $\frac{3}{7\sqrt{7}}$ b) $\frac{2}{7\sqrt{7}}$ c) $\frac{5}{7\sqrt{7}}$ d) $\frac{4}{7\sqrt{7}}$ e) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

46. A derivada direcional de $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, no ponto $(1, -1)$, é

- a) máxima na direção e no sentido do vetor $\vec{i} + \vec{j}$.
b) máxima na direção e no sentido do vetor $\vec{i} + 2\vec{j}$.
c) nula na direção do vetor $\vec{i} + \vec{j}$.
d) mínima na direção e no sentido do vetor $\vec{i} - \vec{j}$.
e) máxima na direção e no sentido do vetor $-\vec{i} + \vec{j}$.

CÁLCULOS

47. Em relação a uma transformação linear $T : V \rightarrow W$, em que V e W são espaços vetoriais, é **INCORRETO** afirmar que
- a) T é injetora se, e somente se, o núcleo de T contiver, apenas, o vetor nulo de V .
 - b) se W e V têm a mesma dimensão finita, então, T é injetora se, e somente se, for sobrejetora.
 - c) em relação a duas bases ordenadas α e β de V e W , respectivamente, existe uma única matriz associada a T .
 - d) a dimensão de V é igual a soma das dimensões do núcleo de T e da imagem de T .
 - e) a imagem, por T , do vetor nulo de V é o vetor nulo de W .
48. O trabalho desenvolvido por um campo de forças, em Joules, $\vec{F}(x, y, z) = M(x, y, z)\vec{i} + N(x, y, z)\vec{j} + P(x, y, z)\vec{k}$, para deslocar uma partícula ao longo de uma curva C , é definido pela integral curvilínea $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_C Mdx + Ndy + Pdz$, em que o campo de forças é dado em Newton e o deslocamento na curva é dado em metros. Nestas condições, o trabalho desenvolvido pelo campo de forças $\vec{F}(x, y, z) = 3x^2y\vec{i} + x^3\vec{j} + z^2\vec{k}$, para deslocar uma partícula do ponto $A(0,0,0)$ ao ponto $B(3,2,1)$, através da curva composta pela união dos segmentos de reta de $(0,0,0)$ a $(3,0,0)$, depois de $(3,0,0)$ a $(3,2,0)$, depois de $(3,2,0)$ a $(3,2,1)$, é
- a) 50
 - b) 100
 - c) 0
 - d) $\frac{151}{2}$
 - e) $\frac{163}{3}$

CÁLCULOS

49. O fluxo de um campo vetorial $\vec{F}(x, y, z) = M(x, y, z)\vec{i} + N(x, y, z)\vec{j} + P(x, y, z)\vec{k}$ exterior a uma superfície orientada e fechada S é definido pela integral de superfície $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds$,

em que \vec{n} é um campo de vetores ortogonal à superfície exteriormente. Nestas condições, o fluxo do campo $\vec{F}(x, y, z) = z^2 y^5 \vec{i} + yx^2 \vec{j} + zy^2 \vec{k}$, através da superfície S delimitada pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$, pelo plano $z = 0$ e pelo parabolóide $z = 5 - x^2 - y^2$, no espaço cartesiano xyz , é igual a

- a) 5π b) $11\pi/2$ c) $11\pi/3$ d) $13\pi/6$ e) $\pi/6$

50. A circulação de um campo vetorial contínuo $\vec{F}(x, y, z) = M(x, y, z)\vec{i} + N(x, y, z)\vec{j} + P(x, y, z)\vec{k}$ sobre uma curva fechada C é definida pela integral curvilínea $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_C (Mdx + Ndy + Pdz)$. Nestas condições, a circulação do campo $\vec{F}(x, y, z) = z\vec{i} + z\vec{j} - x\vec{k}$, ao longo da curva de interseção do plano de equação $x + z = 1$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 1$, com orientação no sentido anti-horário, quando vista de cima, é

- a) $\frac{7\pi}{4}$ b) $-\pi$ c) 2π d) π e) $\frac{11\pi}{3}$