01 - Marque a alternativa verdadeira.

a) Se $x = \sqrt[p]{\dfrac{20}{4^{p+2} + 4^{p+1}}}$, $p \in \mathbb{N}^*$, então $x \in [\mathbb{R} - \mathbb{Q}]$

b) O valor de $y = \dfrac{\left(\dfrac{1}{3^{10}} + \dfrac{1}{3^{20}} + \dfrac{1}{3^{30}}\right)}{\left(\dfrac{1}{3^{20}} + \dfrac{1}{3^{30}} + \dfrac{1}{3^{40}}\right)}$ é tal que $y \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$

c) Se $z = \dfrac{\sqrt{\sqrt{81}} - 10^2 \cdot \sqrt{625 \cdot 10^{-4}}}{(-\sqrt[4]{3})^2 - \sqrt{27}}$, então $z \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

d) Se $m = 1,\overline{1} - \left(2^{\sqrt{2}-1}\right)^{\left(\sqrt{2}+1\right)}$, então $m < -1$

RESOLUÇÃO

a) **Falsa**

$$\sqrt[p]{\frac{20}{4^p(4^2+4)}} = \sqrt[p]{\frac{1}{4^p}} = \frac{1}{p} \neq p$$

b) **Falsa**

$$y = \frac{\dfrac{3^{20}+3^{10}+1}{3^{30}}}{\dfrac{3^{20}+3^{10}+1}{3^{40}}} = \frac{3^{20}+3^{10}+1}{3^{30}} \cdot \frac{3^{40}}{3^{20}+3^{10}+1} = 3^{10},\ 3^{10} \notin (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$$

c) **Verdadeira**

$$z = \frac{\sqrt[4]{81} - 10^2 \cdot \sqrt{25^2 \cdot 10^{-4}}}{(-1)^2 \cdot \sqrt[4]{3^2} - 3\sqrt{3}} = \frac{3 - 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{3} - 3\sqrt{3}} = \frac{3-5}{-2\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{-2}{-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$$

d) **Falsa**

$$m = 1\frac{1}{9} - 2^{(\sqrt{2})^2 - 1} = \frac{10}{9} - 2 = \frac{10-18}{9} = -\frac{8}{9} > -1$$

RESPOSTA: opção c

02 - Uma mulher tinha entre 20 e 55 ações de uma empresa para dividir igualmente entre todos os seus filhos. No ano de 2003, quando tinha 3 filhos, se fossem divididas as ações, sobrariam duas. Em 2005, nasceu mais um filho e, se dividisse igualmente entre os quatro filhos a mesma quantidade de ações, sobrariam três ações. No ano de 2007 essa mulher teve, para sua surpresa, dois filhos gêmeos e dividiu igualmente as ações entre os seus seis filhos, observando que sobraram cinco ações.
Sabendo-se que a mulher não teve mais filhos e que o número total de ações foi mantido nesse período de 2003 a 2007, é **INCORRETO** afirmar que

a) nas três situações citadas, a quantidade máxima comum de ações que a mulher poderia ter é um número tal que a soma de seus algarismos é ímpar.
b) quando a mulher tinha apenas 3 filhos, cada um receberia no máximo 15 ações.
c) em todas as situações citadas, existem três possibilidades comuns do número total de ações **x**, **y** e **z**, (x < y < z), tal que **y** é a média aritmética de **x** e **z**
d) se na partilha das ações entre seus seis filhos, cada filho recebeu o maior número possível **x** de ações, então **x** divide exatamente 48

RESOLUÇÃO

Seja n o número de ações
20 < n < 55

<u>Ano de 2003</u>

Número possível de ações:
$\boxed{23}$ – 26 – 29 – 32 – $\boxed{35}$ – 38 – 41 – 43 – 45 – $\boxed{47}$ – 50 – 53

<u>Ano de 2005</u>

Número possível de ações:

$\boxed{23}$ – 27 – 31– $\boxed{35}$ – 39 – 43 – $\boxed{47}$ – 51

<u>Ano de 2007</u>

Número possível de ações:

$\boxed{23}$ – 29 – $\boxed{35}$ – 41 – $\boxed{47}$ – 53

a) **Verdadeiro**, 47 é a quantidade máxima comum de ações nas três situações

b) **Verdadeiro**, pois $\begin{array}{r|l} 47 & 3 \\ \hline 02 & 15 \text{ ações} \end{array}$

c) **Verdadeiro**, x = 23 y = 35 z = 47

$$\boxed{35 = \frac{23+47}{2}}$$

d) **Falso**, $\begin{array}{r|l} 47 & 6 \\ \hline 5 & 7 \text{ ações} \end{array}$

7 não divide exatamente 48

RESPOSTA: opção d

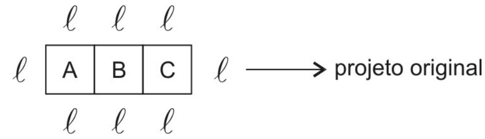
03 - Em um projeto original de uma casa estavam previstas três salas A, B e C quadradas com áreas iguais. Houve uma mudança nos planos e as salas B e C foram transformadas em retângulos, sendo mantida uma de suas medidas originais como largura e tendo alterado o comprimento.
Após a mudança

- a sala B ficou com $\frac{4}{3}$ de sua área original;
- a sala C teve o dobro do acréscimo em m^2 do que o ocorrido na sala B

Se foram empregadas exatamente 12 caixas com 12 ladrilhos quadrados de 0,5 m de lado cada um, para cobrir o piso dessas 3 salas juntas, não havendo perdas, é correto afirmar que

a) o total da área original das 3 salas sofreu um acréscimo de 25% com as mudanças.
b) no piso da sala C, foi utilizado o mesmo número de ladrilhos empregados nas salas A e B juntas.
c) se não houvesse a mudança das medidas das salas B e C, 100 ladrilhos seriam suficientes para cobrir o piso das três salas A, B e C juntas.
d) a sala C ficou 1 m mais comprida que a sala B após a mudança no projeto.

RESOLUÇÃO



ℓ^2	$\frac{4}{3}\ell^2$	$\ell^2 + \frac{2\ell^2}{3}$	→após a mundança

12 x 12 x 0,5 x 0,5 = 36 m^2

$$\ell^2 + \frac{4\ell^2}{3} + \ell^2 + \frac{2\ell^2}{3} = \frac{12\ell^2}{3} = 4\ell^2$$

$$4\ell^2 = 36\ m^2 \Rightarrow \boxed{\ell = 3m}$$

SALA A	SALA B	SALA C	
9 m^2	9 m^2	9 m^2	antes
9 m^2	12 m^2	15 m^2	depois

a) **Falsa**. $\frac{5}{4}\cdot 27\,m^2 \neq 36\,m^2$
b) **Falsa**. 9 m^2 + 12 m^2 $\neq$ 15 m^2
c) **Falsa**. (100 x 0,5 x 0,5) m^2 $\neq$ 27 m^2
d) **Verdadeira**. $\frac{15}{3} - 1 = \frac{12}{3}$

RESPOSTA: opção d

04 - Um reservatório possui 4 torneiras. A primeira torneira gasta 15 horas para encher todo o reservatório; a segunda, 20 horas; a terceira, 30 horas e a quarta, 60 horas.
Abrem-se as 4 torneiras, simultaneamente, e elas ficam abertas despejando água por 5 horas. Após esse período fecham-se, ao mesmo tempo, a primeira e a segunda torneiras.
Considerando que o fluxo de cada torneira permaneceu constante enquanto esteve aberta, é correto afirmar que o tempo gasto pelas demais torneiras, em minutos, para completarem com água o reservatório, é um número cuja soma dos algarismos é

a) par maior que 4 e menor que 10
b) par menor ou igual a 4
c) ímpar maior que 4 e menor que 12
d) ímpar menor que 5

RESOLUÇÃO

TORNEIRAS	FRAÇÃO DA CAIXA/HORA		restante caixa
1ª	$\frac{1}{15}$		
2ª	$\frac{1}{20}$		
3ª	$\frac{1}{30}$		
4ª	$\frac{1}{60}$		
1ª + 2ª + 3ª + 4ª	$\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}=\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$ em 5 horas	$\frac{1}{6}$
3ª + 4ª	$\frac{1}{30}+\frac{1}{60}=\frac{1}{20}$		

$\frac{1}{6} : \frac{1}{20} = \frac{1}{6} \times \frac{20}{1} = \frac{10}{3} = 3h\ 20\,min = 200\ minutos$

soma: 2 + 0 + 0 = 2 (nº par menor ou igual a 4)

RESPOSTA: opção b

05 - Luiza e Ana Beatriz possuem uma coleção de bonecas. Se Luiza tivesse $\frac{5}{6}$ da quantidade de bonecas que tem, e Ana Beatriz tivesse $\frac{1}{4}$ da quantidade de bonecas que possui, juntas teriam 3 bonecas a mais que Luiza. Mas se Luiza tivesse $\frac{4}{9}$ da quantidade de bonecas que tem e Ana Beatriz tivesse $\frac{7}{12}$ da quantidade que possui, juntas teriam 2 bonecas a menos do que Luiza.
Com base nessas informações, é correto afirmar que
a) a coleção de Ana Beatriz tem maior número de bonecas que a coleção de Luiza.
b) a diferença do número de bonecas entre as duas coleções é um número primo.
c) se Luiza der 3 bonecas para Ana Beatriz, as duas meninas terão a mesma quantidade de bonecas.
d) juntas elas possuem menos de 100 bonecas.

RESOLUÇÃO

Sejam

x a quantidade de bonecas de Luiza e
y a quantidade de bonecas de Ana Beatriz

$$\begin{cases} \frac{5}{6}x + \frac{1}{4}y = 3 + x \\ \frac{4}{9}x + \frac{7}{12}y = x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 36 \\ -20x + 21y = -72 \end{cases} \Rightarrow x = 54 \text{ e } y = 48$$

a) **Falso**, pois x > y
b) **Falso**, pois 54 – 48 = 6 (que não é primo)
c) **Verdadeiro**, pois 54 – 3 = 48 + 3
d) **Falso**, pois x + y = 102

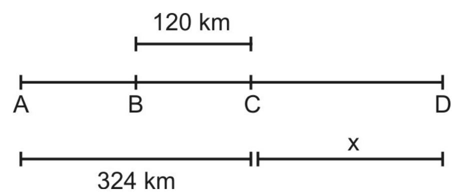
RESPOSTA: opção c

06 - Dois aviões, respeitando as normas de segurança, voam em linha reta no mesmo sentido, com o objetivo de chegar à cidade D
O primeiro, com uma velocidade média de 150000 m/h, passa pela cidade A, às 10 horas da manhã de certo dia.
O segundo, com uma velocidade média de 2 km/min, passa pela cidade B, no mesmo instante em que o primeiro avião passa por A
A cidade B está situada entre A e D e entre as cidades B e D existe uma torre C, alinhada com as três cidades.
Sabe-se que as cidades A, B e D, bem como a região onde está localizada a torre C, possuem mesmo fuso horário e que as velocidades médias dos dois aviões se mantiveram constantes durante todo o percurso.
Sabe-se, também, que a distância entre C e B é 12000 dam e entre A e C é 3240 hm
Se os aviões chegam à cidade D, ao mesmo tempo, é correto afirmar que isso ocorreu entre

a) 16h e 20 min e 16 h e 30 min
b) 16 h e 30 min e 16 h e 40 min
c) 16 h e 40 min e 16 h e 50 min
d) 16 h e 50 min e 17 h

RESOLUÇÃO

150000 m/h = 150 km/h (1º avião)
2 km/min = 120 km/h (2º avião)



ESPAÇO PERCORRIDO VELOCIDADE

324 + x 150 km/h
120 + x 120 km/h

$\frac{324 + x}{120 + x} = \frac{150}{120}$

x = 696 km

Para o primeiro avião, espaço percorrido: 696 km + 324 km = 1020 km
velocidade: 150 km/h

tempo = $\frac{1020\ km}{150\ km/h} = 6{,}8\ horas = 6h\ e\ \frac{8}{10}h = 6h\ e\ 48\,minutos$

Portanto: 10h + 6h e 48 min = 16h e 48 min

RESPOSTA: opção c

07 - Um terreno que possui 2,5 ha de área é totalmente aproveitado para o plantio de arroz. Cada m^2 produz 5 litros de arroz que

será vendido por 75 reais o saco de 50 kg
Sabe-se que o agricultor teve um total de despesas de 60000 reais, que houve uma perda de 10% na colheita e que vendeu todo o arroz colhido.
Se cada litro de arroz corresponde a 800 g de arroz, é correto afirmar que 20% do lucro, em milhares de reais, é um número compreendido entre

a) 1 e 10
b) 10 e 16
c) 16 e 22
d) 22 e 30

RESOLUÇÃO

1 ha = 10000 m^2
2,5 ha = 25000 m^2

→ 1 m^2 — 5 ℓ de arroz
25000 m^2 — x
x = 125000 litros

→ 1 litro — 0,8 kg
125000 litros — x
x = 100000 kg

→ 1 saco — 50 kg
x — 100000 kg
x = 2000 sacos

→ 1 saco — 75 reais
2000 sacos — x

x = 150000 reais.

LUCRO = 150000 – 10% – DESPESA
= 150000 – 15000 – 60000
= 75000

20% DO LUCRO = 15000
Em milhares de reais, 15

Entre 10 e 16

RESPOSTA: opção b

08 - Carlos, ao levantar o total de suas dívidas, percebeu que dispõe de uma poupança com saldo de **y** reais que lhe permitirá pagar 40% do que deve. Se ele acrescentar a esse saldo de poupança **x** reais, apurado com a venda à vista de seu carro, ele pagará tudo e ainda lhe sobrará 10000 reais.
O irmão de Carlos, querendo ajudar, emprestou-lhe 3200 reais para serem devolvidos sem juros assim que Carlos consiga vender o carro.
Usando todo o saldo de sua poupança e mais o empréstimo do irmão, Carlos reduzirá sua dívida para $\frac{7}{15}$ de seu valor original, enquanto aguarda a venda do carro.
Com base nesses dados é correto afirmar que

a) o valor **x** apurado com a venda de seu carro à vista é maior que 30000 reais.
b) o total de suas dívidas no levantamento original não chega a ser 20000 reais.
c) se vender seu carro por **x** reais, ele pagará seu irmão, quitará o restante do que deve e ainda ficará com uma quantia maior que **y** reais.
d) sem recorrer à poupança e sem a ajuda do irmão, considerando somente os **x** reais da venda do carro, ele não quitaria suas dívidas.

RESOLUÇÃO

Seja d a dívida de Carlos
0,4d + x reais = d + 10000 reais
(x – 10000) reais = 0,6 d
0,4d + 3200 reais = $\frac{8d}{15}$

3200 reais = $\frac{2}{15}$d

$\boxed{\text{d = 24000 reais}}$

$\boxed{\text{poupança = 9600 reais}}$

$\boxed{\text{carro = 24400 reais}}$

0,6d = 14400

a) **Falso**.
b) **Falso**.
c) **Verdadeiro**. Venda do carro: 24400
$\frac{7}{12}$ de sua dívida = 11200
24400 – (11200 + 3200) = 10000
10000 > 9600
d) **Falso**. 24400 > 24000

RESPOSTA: opção c

09 - Três operários A, B e C trabalhando juntos 8 horas por dia construíram um muro em 6 dias. Se B tivesse trabalhado sozinho, 8 horas por dia, gastaria $\frac{2}{3}$ a mais da quantidade de dias utilizada pelos três juntos. Se A tivesse trabalhado sozinho, 4 horas por dia, gastaria o quádruplo do número de dias de B
Considerando A, B e C, cada um trabalhando 8 horas por dia, sendo mantidas as demais condições de trabalho, é correto afirmar que para construir tal muro

a) um deles, isoladamente, gastaria exatamente 1 mês.
b) A e B juntos gastariam mais de 7 dias.
c) C gastaria sozinho menos de 1 mês e meio de trabalho.
d) B e C trabalhando juntos gastariam menos de 10 dias.

RESOLUÇÃO

OPERÁRIOS	h/DIA	TEMPO	MURO
A + B + C	8	6 dias	inteiro
B	8	10 dias	inteiro
A	4	40 dias	inteiro
	8	20 dias	inteiro
C	8	6 dias	inteiro

OPERÁRIOS	FRAÇÃO DO MURO	TEMPO
A + B + C	$\frac{1}{6}$	1 dia
B	$\frac{1}{10}$	1 dia
A	$\frac{1}{20}$	1 dia
C	$\frac{1}{6}-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)=\frac{1}{60}$	1 dia
A + B	$\frac{1}{20}+\frac{1}{10}=\frac{3}{20}$	1 dia
B + C	$\frac{1}{10}+\frac{1}{60}=\frac{7}{60}$	1 dia

a) **Falso**: nenhum deles gastaria 1 mês
b) **Falso**: A + B gastariam $\frac{20}{3}$ dias $<$ 7 dias
c) **Falso**: C gastaria 60 dias
d) **Verdadeiro**: B + C gastariam $\frac{60}{7}$ dias $<$ 10 dias

RESPOSTA: opção d

10 - Num certo ano, todos os alunos do CPCAR foram divididos por faixa etária, nos grupos A, B e C, conforme tabela abaixo.

GRUPO	FAIXA ETÁRIA	QUANTIDADE (%)
A	de 13 a 15 anos	45
B	de 16 a 18 anos	20
C	mais de 18 anos	y

De todos os alunos, 30% optaram por participar de uma Olimpíada de Matemática. Desses participantes, 20% foram do grupo A e 35% do grupo B
Com base nesses dados, pode-se afirmar que a porcentagem de alunos do grupo C que não participou da Olimpíada, considerando-se todos os alunos do CPCAR com mais de 18 anos, é um número entre

a) 5 e 20
b) 20 e 35
c) 35 e 50
d) 50 e 65

RESOLUÇÃO

y = 100% – (45% + 20%)
y = 35%

Percentual de participantes do grupo:

$$A: \frac{20}{100}\cdot\frac{30}{100} = 6\%$$
$$B: \frac{35}{100}\cdot\frac{30}{100} = 10{,}5\%$$
$$A: \frac{45}{100}\cdot\frac{30}{100} = 13{,}5\%$$

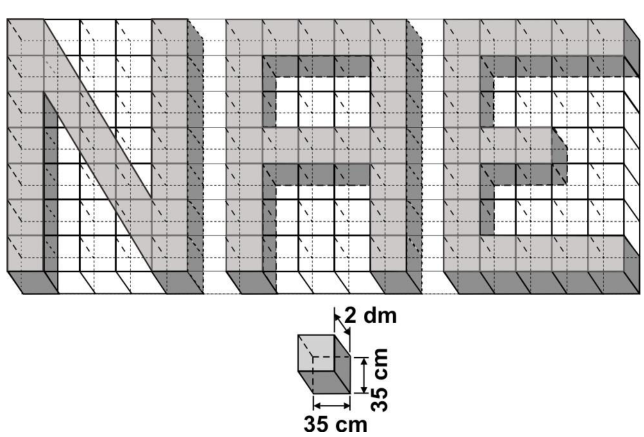
Percentual

Porcentagem de alunos do grupo C que não participou, considerando-se os alunos com mais de 18 anos:

$$1 - \frac{13{,}5\%}{35\%} = 0{,}61428 = 61{,}428\%$$

RESPOSTA: opção d

11 - Todos os anos, as escolas de formação militar de ensino médio das três Forças Armadas Brasileiras se reúnem para colocar seus alunos em competições esportivas. São os chamados Jogos da NAE – Naval, Aeronáutica e Exército.
Em 2008, esses jogos ocorrerão na EPCAR e, para a recepção dos atletas, será elaborado um letreiro em concreto com as letras N, A e E para ser colocado próximo ao Pátio da Bandeira.
Com a intenção de saber quanto de cimento será gasto para a confecção das letras, desenhou-se um croqui com a indicação das medidas reais como na reprodução abaixo.



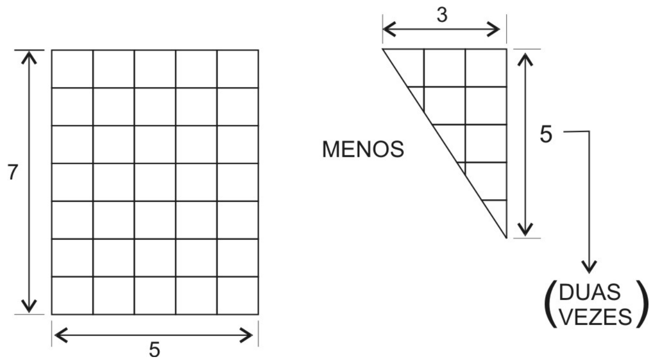
O rendimento do cimento que será usado é de 0,5 kg para cada 9,31ℓ de concreto.
A quantidade de cimento a ser usada para a confecção do letreiro é, em kg, igual a

a) 75
b) 150
c) 225
d) 300

RESOLUÇÃO

Os blocos ocupados pelas letras N, A e E têm 35 “bloquinhos” de (35 x 35 x 20) cm cada um.

Parte ocupada por concreto na letra N:



$$35 - 2\cdot\frac{5\cdot 3}{2} = 20 \text{ bloquinhos}$$

→ Volume de concreto com a letra N:
$V = 20\cdot 3{,}5\cdot 3{,}5\cdot 2 \Rightarrow V = 490 \text{ dm}^3$
→ Parte ocupada por concreto na letra A: 20 bloquinhos
→ Volume de concreto com a letra A: V = 490 dm^3
→ Parte ocupada por concreto na letra E: 17 bloquinhos
→ Volume de concreto com a letra E:
$V = 17\cdot 3{,}5\cdot 3{,}5\cdot 2 \Rightarrow V = 416{,}5 \text{ dm}^3$
→ Volume total de concreto:
490 + 490 + 416,5 = 1396,5 dm^3 = 1396,5 ℓ
→ Rendimento do cimento:

0,5 kg → 9,31 ℓ
x → 1396,5 ℓ

$\boxed{x = 75 \text{ kg}}$

RESPOSTA: opção a

12 - Em certo dia, numa fábrica de chocolates, serão produzidos dois tipos de barras de chocolate: branco e escuro, totalizando 500 barras. Sabe-se que as barras de chocolate são diferentes apenas na espessura, sendo 0,6 cm a espessura de cada barra de chocolate branco e 16 mm a espessura de cada barra de chocolate escuro.
Depois de prontas, as barras foram empilhadas. Sabendo-se que a pilha de chocolates formada possui 4,35 m de altura, pode-se afirmar que a diferença entre a quantidade de barras de chocolate branco e a quantidade de barras de chocolate escuro é um número cuja soma dos algarismos é igual a

a) 7
b) 5
c) 9
d) 14

RESOLUÇÃO

Sejam x a quantidade de barras de chocolate branco e y a quantidade de barras de chocolate escuro.

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 0{,}6x + 1{,}6y = 435 \end{cases} \Rightarrow x = 365 \text{ e } y = 135$$
$$x - y = 365 - 135 = 230$$
$$\therefore 2 + 3 + 0 = 5$$

RESPOSTA: opção b

13 - Considere os valores reais de **a** e **b**, a ≠ b, na expressão

$$p = \frac{(a+b)(2a)^{-1} + a(b-a)^{-1}}{(a^2+b^2)(ab^2-ba^2)^{-1}}$$

Após simplificar a expressão **p** e torná-la irredutível, pode-se dizer que $\sqrt{p^{-1}}$ está definida para todo

a) $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}^*$
b) $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}_+^*$
c) $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}^*$
d) $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}_+^*$

RESOLUÇÃO

$$p = \frac{(a+b)(2a)^{-1} + a(b-a)^{-1}}{(a^2+b^2)(ab^2-ba^2)^{-1}} = \frac{\frac{a+b}{2a} + \frac{a}{b-a}}{\frac{a^2+b^2}{ab(b-a)}} =$$

$$= \frac{\frac{(b+a)(b-a)+2a^2}{2\cancel{a}\cancel{(b-a)}}}{\frac{a^2+b^2}{\cancel{a}b\cancel{(b-a)}}} = \frac{b^2 \cancel{-a^2} + \cancel{2a^2}}{2} \times \frac{b}{\cancel{a^2+b^2}} = \frac{b}{2}$$

Se $p = \frac{b}{2} \Rightarrow \sqrt{p^{-1}} = \sqrt{\frac{2}{b}}$, $b \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \in \mathbb{R}^*$

RESPOSTA: opção d

14 - Uma fábrica de aviões levantou dados sobre sua produção e verificou que foram vendidos, no ano de 2007, 140 aviões.
A fábrica produziu três modelos de aviões: A, B e C
Sabe-se que o número de aviões vendidos do modelo A é o sêxtuplo de $0,\overline{3}$ do quádruplo da metade do número de aviões vendidos do modelo C e os modelos B e C juntos, correspondem a 40% dos aviões vendidos.
Com base nessas informações, é **INCORRETO** afirmar que

a) a quantidade de aviões vendidos do modelo A é 25% da quantidade de aviões vendidos do modelo C
b) a quantidade de aviões dos modelos A e B vendidos é um número cuja soma dos algarismos é um número primo.
c) o modelo C foi o menos vendido.
d) a quantidade de aviões vendidos do modelo B é igual à quantidade de aviões vendidos do modelo C mais $\frac{1}{10}$ do total de aviões vendidos dos modelos A, B e C juntos.

RESOLUÇÃO

Sejam: $x \rightarrow$ nº de aviões vendidos do modelo A
$y \rightarrow$ nº de aviões vendidos do modelo B
$z \rightarrow$ nº de aviões vendidos do modelo C

$$\begin{cases} x + y + z = 140 \\ x = 6 \cdot \frac{3}{9} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot z \Rightarrow x = 4z \\ y + z = \frac{40}{100} \cdot 140 \Rightarrow y + z = 56 \end{cases}$$

Logo, x = 84, y = 35 e z = 21

a) **Falso**, pois $21 \cdot \frac{25}{100} \neq 84$
b) **Verdadeiro**, pois x + y = 84 + 35 = 119 e 1 + 1 + 9 = 11 (que é um número primo)
c) **Verdadeiro**, z < y < x
d) **Verdadeiro**, $y = z + \frac{1}{10} \cdot 140 \Rightarrow y = 35$

RESPOSTA: opção a

15 - Uma professora de 8ª série colocou numa avaliação três equações do 2º grau na incógnita **x** para serem resolvidas. Ela observou que essas equações tinham as seguintes características:

- a primeira e a terceira equações possuem os coeficientes do termo de maior grau unitário e os coeficientes de **x** iguais;
- a terceira equação tinha conjunto solução $\{-6\ ,\ 2\}$
- na primeira e na segunda equações o termo independente de **x** era o mesmo e os coeficientes do termo de maior grau eram opostos;
- a segunda equação tinha conjunto solução $\{1\ ,\ 3\}$

Com base nesses dados, é correto afirmar que a

a) diferença entre as raízes da primeira equação é um número que pertence ao conjunto $[\mathbb{R} - \mathbb{Q}]$
b) soma dos coeficientes da primeira equação **NÃO** é par.
c) razão entre o termo independente de **x** da segunda equação e o termo independente de **x** da terceira equação é um número inteiro.
d) soma dos coeficientes da segunda equação é diferente de zero.

RESOLUÇÃO

1ª equação: $ax^2 + bx + c = 0$
2ª equação: $dx^2 + ex + f = 0$
3ª equação: $gx^2 + hx + i = 0$

Dados:
- a = g = 1
- b = h
- Por soma e produto das raízes
  $-\frac{h}{g} = -4 \Rightarrow h = 4$ e $\frac{i}{g} = -12 \Rightarrow i = -12$
- c = f
- d = –1
- Por soma e produto das raízes
  $-\frac{e}{d} = -4 \Rightarrow e = 4$ e $\frac{f}{d} = 3 \Rightarrow f = -3$

$\therefore$ A 1ª equação é $x^2 + 4x - 3 = 0$
A 2ª equação é $-x^2 + 4x - 3 = 0$
A 3ª equação é $x^2 + 4x - 12 = 0$

a) **Verdadeiro**, $x^2 + 4x - 3 = 0 \quad S = \{\sqrt{7} - 2, -\sqrt{7} - 2\}$
$\sqrt{7} - 2 - (-\sqrt{7} - 2) = 2\sqrt{7} \in [\mathbb{R} - \mathbb{Q}]$
$-\sqrt{7} - 2 - (\sqrt{7} - 2) = -2\sqrt{7} \in [\mathbb{R} - \mathbb{Q}]$
b) **Falso**, a + b + c = 1 + 4 – 3 = 2 (que é par)
c) **Falso**, $\frac{f}{i} = \frac{-3}{-12} = \frac{1}{4} \notin \mathbb{Z}$
d) **Falso**, d + e + f = – 1 + 4 + (–3) = 0

RESPOSTA: opção a

16 - Um comerciante, dono de uma loja de presentes, comprou certa quantidade de miniaturas de aviões por 480 reais. Ao receber o pacote com essa mercadoria, ele separou 4 que apresentaram defeito para serem doadas e ficou com 6 para fazer parte de sua própria coleção. As miniaturas restantes foram todas vendidas a um mesmo preço unitário que correspondia a um lucro de 4 reais sobre o preço de compra de cada unidade.
O comerciante, ao apurar o resultado dessa comercialização, desprezando outras despesas, concluiu que não teve nem lucro nem prejuízo.
Com base nessas informações, é correto afirmar que na transação comercial

a) foram compradas menos de 30 miniaturas.
b) se as miniaturas restantes tivessem sido vendidas a 20 reais cada, o comerciante teria um lucro de 25% sobre o valor total que pagou por essa compra.
c) se o preço de custo de cada miniatura tivesse correspondido a m% do total gasto nessa compra, então $\sqrt{m} = 5$
d) se o comerciante tivesse vendido apenas a metade das miniaturas adquiridas, seu prejuízo seria de 30% em relação ao valor pago.

RESOLUÇÃO

$x \rightarrow$ quantidade de miniaturas

$\frac{480}{x} \rightarrow$ preço por unidade

$(x-10)\left(\frac{480}{x}+4\right)=480$

$480x - 4800 + 4x^2 - 40x = 480x$

$x^2 - 10x - 1200 = 0$

$x = 40$ ou $x = -30$ (não convém)

a) **Falsa**.
Foram compradas 40 miniaturas.

b) **Verdadeira**.
30 miniaturas x 20,00 = 600,00
600,00 – 480,00 = 120 = 25% de 480,00

c) **Falsa**.
preço por unidade = 12,00

$12 = \frac{m}{10\cancel{0}} = 48\cancel{0} \Rightarrow m = 2,5$

$\sqrt{m} = \sqrt{2,5} \neq 5$

d) **Falsa**.

$160 \neq \frac{3\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} \times 48\cancel{0}$

$160 \neq 144$

RESPOSTA: opção b

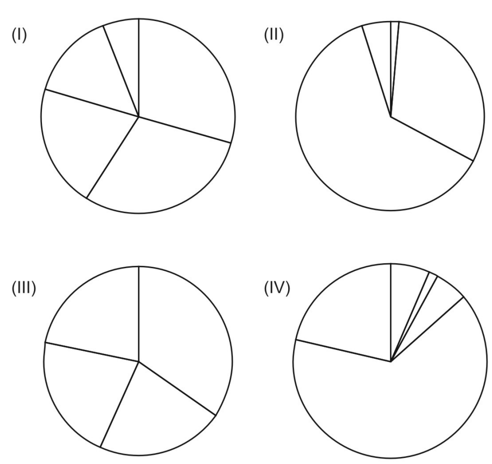
17 - A partir de dados extraídos do livro *1808*, a respeito da população encontrada em terras brasileiras, detalhados pelo estudioso Luccock, quando da chegada da Família Real Portuguesa ao Rio de Janeiro, obtém-se a tabela a seguir:

	Classe
1600 estrangeiros	C
1000 pessoas relacionadas com a corte de D. João	A
1000 funcionários públicos	A
1000 que residiam na cidade tiravam seu sustento das terras vizinhas ou dos navios	C
700 padres	A
500 advogados	A
200 profissionais que praticavam a medicina	A
40 negociantes regulares	B
2000 retalhistas	B
4000 caixeiros, aprendizes e criados de lojas	B
1250 mecânicos	D
100 taberneiros, “vulgarmente chamados de vendeiros”	B
300 pescadores	D
1000 soldados de linha	C
1000 marinheiros do porto	C
1000 negros forros (libertos)	D
12000 escravos	D
4000 mulheres chefe de família	D

A população se completava com cerca de 29000 crianças, quase a metade do total.

(GOMES, Laurentino. 1808. SP/RJ: Planeta, 2007. Adaptado)

Excluindo-se as crianças, cada gráfico abaixo representa a população de uma das classes A, B, C ou D



Relacione a população de cada classe A, B, C ou D aos gráficos e, a seguir, marque a alternativa que apresenta essa relação.

a) A – (IV), B – (III), C- (II), D – (I)
b) A – (I), B – (II), C- (III), D – (IV)
c) A – (I), B – (IV), C- (III), D – (II)
d) A – (III), B – (IV), C- (I), D – (II)

RESOLUÇÃO

Classe A: 1000 pessoas relacionadas com a corte de D. João
1000 funcionários públicos
700 padres
500 advogados
200 profissionais que praticam medicina

Classe B: 40 negociantes regulares
2000 retalhistas
4000 caixeiros, aprendizes e criados de lojas
100 taberneiros

Classe C: 1600 estrangeiros
1000 que residiam na cidade
1000 soldados de linha
1000 marinheiros do porto

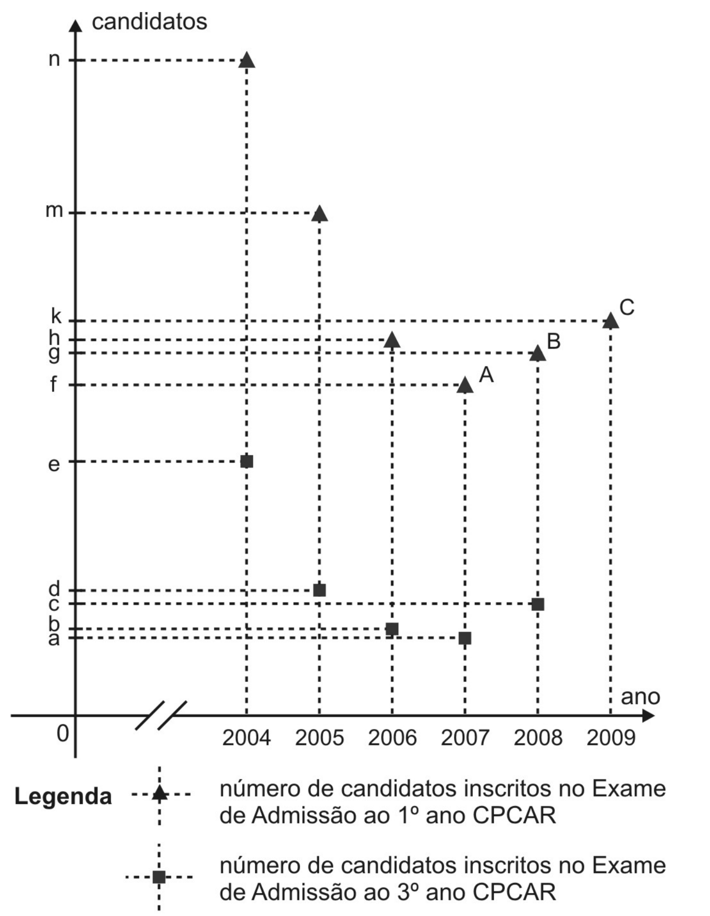
Classe D: 1250 mecânicos
300 pescadores
1000 negros forros
12000 escravos
4000 mulheres chefe de família

A – (I), B – (II), C- (III), D – (IV)

RESPOSTA: opção b

Utilize as informações abaixo para resolver as questões 18 e 19

Os dados do gráfico abaixo indicam o número de candidatos inscritos para as provas do Exame de Admissão ao 1º e 3º anos do CPCAR, no período de 2004 até o ano de 2008, e também a projeção efetuada pela Seção de Concursos da EPCAR para 2009



a = 2429, b = 2597, c = 3351, d = 3745, e = 7607,
f = 9896, g = 10853, h = 11245, m = 15041, n = 19609

18 - Se forem comparados o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano do CPCAR com o número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 3º ano CPCAR, é correto afirmar que

a) no ano de 2004, a diferença entre tais valores é menor que **g**
b) **d** é aproximadamente 30% de **m**
c) a razão entre **f** e **a** é maior que 4
d) **h** supera **b** num número cujo produto do algarismo das dezenas pelo algarismo das unidades é menor que 30

RESOLUÇÃO

a) **Falso**.
g = 10853
n – e = 19609 – 7607 = 12002
n – e > g
b) **Falso**.
30% de m = 4512,3
d = 3745
c) **Verdadeiro**.
$\frac{f}{a} = \frac{9896}{2429} \cong 4{,}07$
d) **Falso**.
h – b = 11245 – 2597 = 8648

algarismos das unidades

algarismos das dezenas

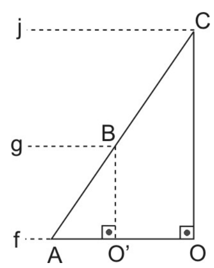
4 . 8 = 32 > 30

RESPOSTA: opção c

19 - Considerando-se que os pontos A, B e C estão alinhados e que houve um aumento do número de candidatos inscritos para o Exame de Admissão ao 1º ano CPCAR 2009, é correto afirmar que **k** é tal que a soma de todos os seus algarismos é um número divisor de

a) 91
b) 55
c) 27
d) 16

RESOLUÇÃO



$$\frac{AO}{AO'} = \frac{CO}{BO'} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{k-f}{g-f} \Rightarrow k = 11810$$

1 + 1 + 8 + 1 + 0 = 11 que é divisor de 55

RESPOSTA: opção b

Leia o trecho a seguir e responda às questões 20 e 21

"Os Embaixadores do Brasil no Céu"

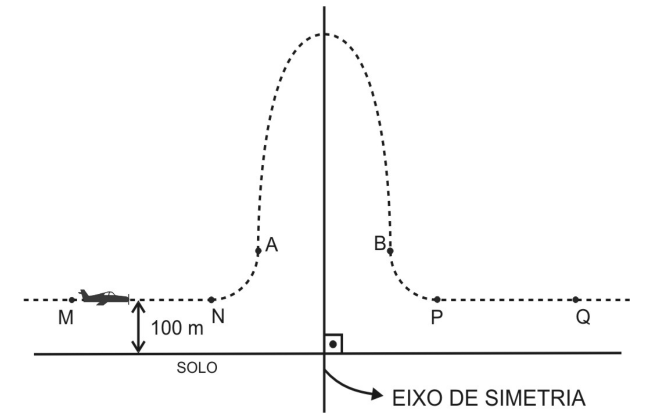
14 de maio de 1952. A "Esquadrilha da Fumaça" realiza sua primeira exibição oficial.

Desde então, milhares de pessoas têm tido a oportunidade de travar um emocionante e inesquecível contato com a perícia dos pilotos e com a competente equipe de mecânicos que os assessora, e despertam, por isso, o reconhecimento, a admiração e o respeito pela Força Aérea Brasileira.

www.fab.mil.br/eda

Em comemoração aos 59 anos da EPCAR, ocorrido em maio de 2008, a "Esquadrilha da Fumaça", executou uma demonstração de acrobacias aéreas.

20 - Uma das manobras, executada por um único avião, foi planejada, matematicamente, conforme o esquema abaixo.



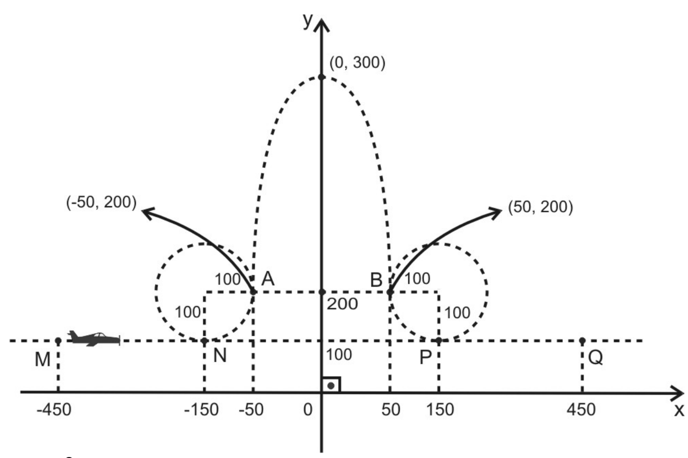
- M ⇒ início da manobra
- Q ⇒ término da manobra
- M, N, P e Q ⇒ pontos que pertencem a uma mesma reta paralela ao solo
- $\overset{\frown}{NA}$ e $\overset{\frown}{PB}$ representam $\frac{1}{4}$ de circunferências, cujo raio mede 100 m e são tangentes à reta que contém os pontos M, N, P e Q
- A trajetória de A até B representa um arco de parábola
- O solo e o eixo de simetria coincidem, com os eixos $\overleftrightarrow{Ox}$ e $\overleftrightarrow{Oy}$, respectivamente, do sistema cartesiano ortogonal
- $\overline{MN} \equiv \overline{NP} \equiv \overline{PQ} = 300\,m$

Sabendo-se que o avião "cruza" o eixo de simetria a uma distância de 200 m da reta que contém os pontos M, N, P e Q, marque a alternativa que **NÃO** indica, em metros, uma posição em relação ao eixo de simetria e a respectiva altura atingida pelo avião ao percorrer a trajetória indicada pelo arco de parábola do ponto A ao ponto B

a) 10 e 296
b) 25 e 270
c) 40 e 236
d) 50 e 200

RESOLUÇÃO

Conforme dados, tem-se:



$y = ax^2 + bx + c$

Como o eixo de simetria da parábola coincide com o eixo $\overleftrightarrow{Oy}$, temos que $b = 0 \Rightarrow y = ax^2 + c$

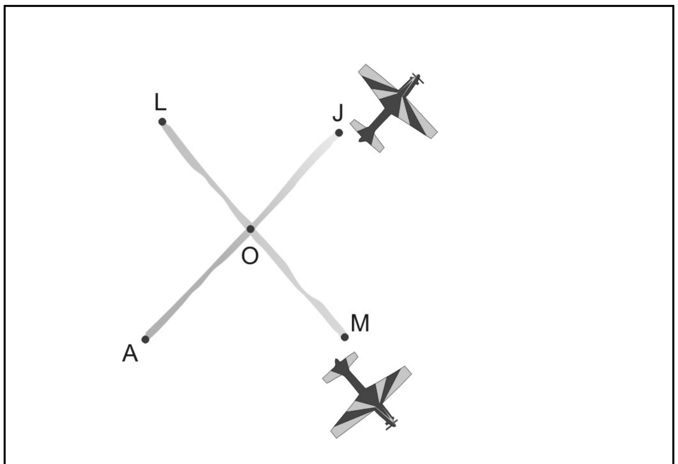
Substituindo os pontos (0, 300) e (50, 200) na função do 2º grau, temos:

$$\left.\begin{array}{l}(0,\ 300) \Rightarrow 300 = a\cdot 0^2 + C \Rightarrow C = 300 \\ (50,\ 200) \Rightarrow 200 = a\cdot 50^2 + 300 \Rightarrow a = -\dfrac{1}{25}\end{array}\right\} y = -\frac{1}{25}y^2 + 200$$

Substituindo cada uma das alternativas, a única que não indica, em metros, uma posição em relação ao eixo de simetria e a respectiva altura atingida pelo avião ao percorrer a trajetória indicada pelo arco de parábola do ponto A ao ponto B é a opção b, pois se x = 25 então y = 275.

RESPOSTA: opção b

21 - Outra manobra, agora executada por dois aviões, escreveu nos céus de Barbacena, o nome da aeronave “XAVANTE” com a tradicional fumaça.
O planejamento matemático para a letra X foi descrito como a seguir.

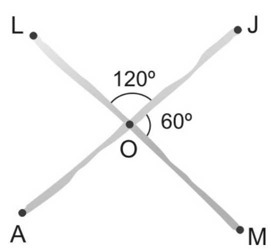


- o 1º avião voa de A até J, percorrendo 20 km
- o 2º avião voa de L até M, percorrendo 24 km
- as trajetórias marcadas pelas fumaças se dão em linhas retas sendo um dos ângulo igual a 120º
- $\overline{LO} \equiv \overline{OM}$ e $\overline{AO} \equiv \overline{OJ}$

Ao término da manobra, se **d** é a menor distância possível entre os aviões, em km, então **d** está mais próximo de

a) 10
b) 13
c) 12
d) 11

RESOLUÇÃO



$\overline{AO} = \overline{OJ} = 10$ km

$\overline{LO} = \overline{OM} = 12$ km

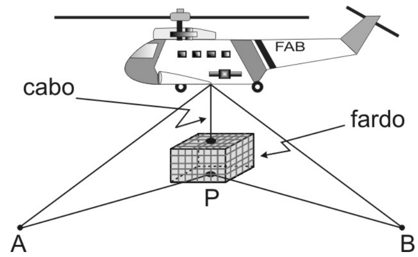
$\overline{JM} = d$

$d^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 60º$

$d = \sqrt{124}$ está mais próximo de 11

RESPOSTA: opção d

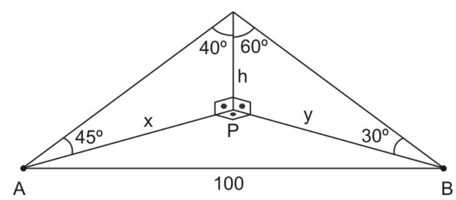
22 - Um fardo de alimentos será entregue para alguns habitantes de uma região de difícil acesso na Floresta Amazônica por um helicóptero, conforme a figura abaixo.



No momento em que o fardo atinge o ponto P no solo, o cabo que sai do helicóptero e sustenta o fardo está esticado e perpendicular ao plano que contém os pontos A, P e B
Sabe-se que o helicóptero está a uma altura **h** do solo e é avistado do ponto A sob um ângulo de 30º e do ponto B sob um ângulo de 45º
Sabe-se, também, que a medida de $A\hat{P}B = 90º$ e que a distância entre A e B é 100 metros.
O número que expressa a medida de **h**, em metros,

a) é primo e ímpar.
b) é múltiplo de 3 maior que 30
c) é número par menor que 30
d) tem 6 divisores que são números naturais.

RESOLUÇÃO



$\text{tg } 30º = \dfrac{h}{y} \Rightarrow \sqrt{3}y = 3h \Rightarrow \boxed{y = \dfrac{3h}{\sqrt{3}}}$ I

$\text{tg } 45º = \dfrac{h}{x} \Rightarrow 1 = \dfrac{h}{x} \Rightarrow \boxed{x = h}$ II

$(100)^2 = x^2 + y^2$ III

I e II em III: $10.000 = h^2 + \dfrac{9h^2}{3} \Rightarrow h^2 = 2500 \Rightarrow \boxed{h = 50}$

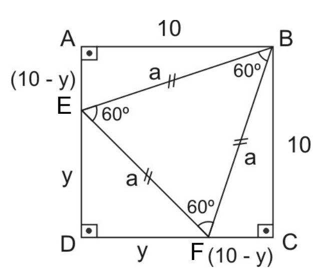
D(50) = {1, 2, 5, 10, 25, 50} ⇒ 6 divisores naturais

RESPOSTA: opção d

23 - Numa gincana de Matemática de um determinado colégio uma das equipes participantes pintou, em suas camisas, o símbolo da equipe: um quadrado ABCD de 10 cm de lado com os pontos E e F sobre os lados $\overline{AD}$ e $\overline{CD}$, respectivamente, formando um triângulo BEF eqüilátero.
Considerando-se $\sqrt{3} \cong 1{,}73$, a área do triângulo BEF, em cm^2, é um número compreendido entre

a) 39 e 47
b) 47 e 55
c) 23 e 31
d) 31 e 39

RESOLUÇÃO



$$\begin{cases} a^2 = 2y^2 \\ a^2 = (10-y)^2 + 10^2 \end{cases}$$

$y^2 + 20y - 200 = 0$

$y = 10\sqrt{3} - 10$ e $a^2 = 800 - 400\sqrt{3}$

ou

$y = -10 - 10\sqrt{3}$ (não convém)

Área do triângulo equilátero BEF:

1º modo: $A_\Delta = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{A_\Delta = 46}$

2º modo: $A_\Delta = A_\square - 2A_{\triangle} - A_{\triangle}$

$A_\Delta = (10)^2 - 2\cdot\dfrac{10\cdot(10-y)}{2} - \dfrac{y\cdot y}{2}$

$A_\Delta = \cancel{100} - \cancel{100} + 10y - \dfrac{y^2}{2}$

$A_\Delta = 10(10\sqrt{3} - 10) - \dfrac{(10\sqrt{3}-10)^2}{2}$

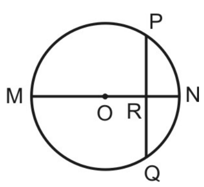
$\boxed{A_\Delta = 46}$

A área de BEF é um valor entre 39 e 47.

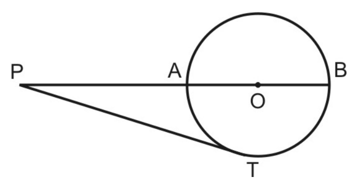
RESPOSTA: opção a

24 - Analise as alternativas abaixo e, a seguir, marque a correta.

a) Na circunferência abaixo, se O é o centro, $\overline{PQ} \perp \overline{MN}$, $\overline{PQ} \cap \overline{MN} = R$ e $\overline{MR}\cdot\overline{RN} = 5$ cm, então $\overline{PQ}$ mede $\sqrt{5}$ cm



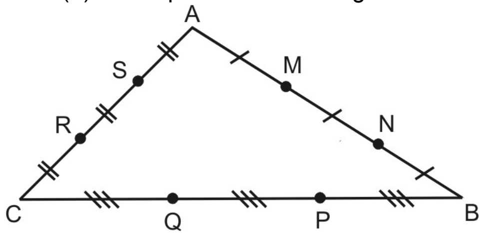
b) Na figura abaixo, T é um ponto de tangência e O é o centro da circunferência. Se o raio vale 2,5 cm e $\overline{PT} = 6$ cm, então $\overline{PA}$ é igual a 9 cm



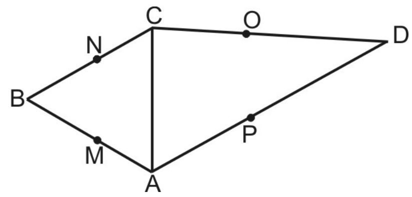
c) Considerando-se o triângulo ABC abaixo, cujas medidas dos lados, dadas em cm, são expressas por números consecutivos divisíveis por 3 e as informações contidas na figura, pode-se afirmar que a área do polígono MPQS é equivalente a $\dfrac{4}{9}$ da área do triângulo ABC

(I) $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$

(II) semiperímetro do triângulo ABC = 13,5 cm



d) Na figura abaixo, a área do polígono AMNCOP, é $60\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\text{cm}^2$



$\overline{AM} \equiv \overline{MB} = 7$ cm

$\overline{BN} \equiv \overline{NC} = 8$ cm

$\overline{AC} = 10$ cm

$\overline{AP} \equiv \overline{PD} = 9$ cm

$\overline{CO} \equiv \overline{OD} = 6$ cm

RESOLUÇÃO

a) **Falsa**.

$\overline{MR}\cdot\overline{RN} = \overline{PR}\cdot\overline{RQ}$

$5 = x\cdot x$

$x^2 = 5 \Rightarrow 2x = \sqrt{5} \Rightarrow \boxed{\overline{PQ} = 2\sqrt{5}}$

b) **Falsa**.

$(\overline{PT})^2 = \overline{PA}\cdot\overline{PB}$

$6^2 = x(x+5)$

$36 = x^2 + 5x$

$x^2 = -9$ ou $\boxed{x = 4}$

c) **Verdadeira**.

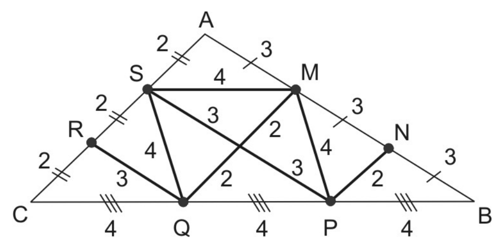
Os lados são:

$\overline{AC} = 3x$

$\overline{AB} = 3x + 3$

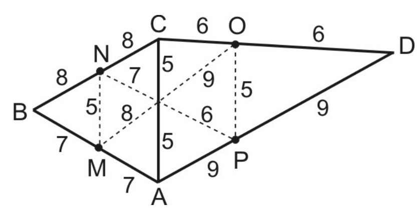
$\overline{BC} = 3x + 6$

$\dfrac{3x + 3x + 3 + 3x + 6}{2} = 13{,}5 \Rightarrow \boxed{x = 2}$



$\boxed{A_{PQSM} = \dfrac{4}{9}A_{ABC}}$

d) **Falsa**.



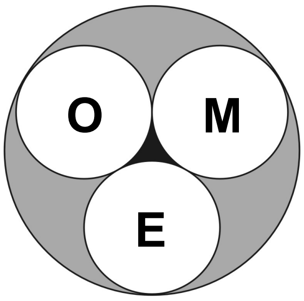
$A_{AMNCOP} = 3A_{MBN} + 3A_{DPO} = 3\sqrt{10(10-7)(10-8)(10-5)} +$

$3\sqrt{10(10-6)(10-5)(10-9)} = \boxed{30(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$

RESPOSTA: opção c

25 - No logotipo da Olimpíada de Matemática da EPCAR, são usadas as cores branco, preto e cinza que colorem a figura abaixo (considerando desprezível o espaço ocupado pelas letras O, M e E). Nela são desenhados três círculos de raio **r** tangentes exteriormente dois a dois e tangentes internamente a um círculo maior de raio R

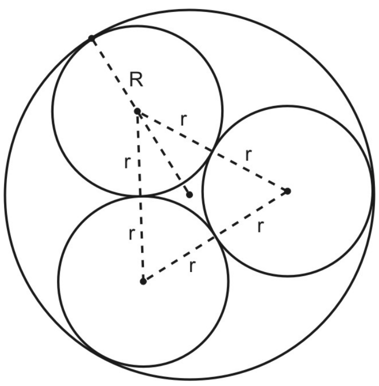
Considere $\pi = 3$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$



Se a área da região branca é **x** vezes maior que a área da região preta, então **x** é um número compreendido entre

a) 31 e 36
b) 36 e 41
c) 41 e 46
d) 46 e 50

RESOLUÇÃO



$A_{branca} = x \cdot A_{preta}$

$$3\pi r^2 = x \cdot \left[\frac{(2r)^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi r^2}{2}\right] \Rightarrow 3\pi \cancel{r^2} = x \cdot \left(\cancel{r^2}\sqrt{3} - \frac{\pi \cancel{r^2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\pi = x\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{6\pi}{2\sqrt{3} - \pi}$$

Fazendo $\pi = 3$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$, vem: $x = \dfrac{6 \cdot 3}{2 \cdot 1{,}7 - 3} \Rightarrow \boxed{x = 45}$

RESPOSTA: opção c